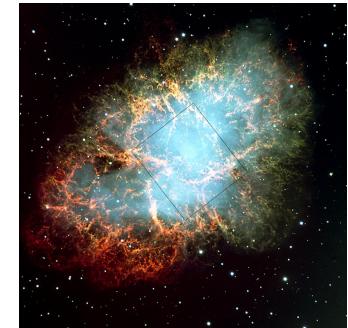


# ボルツマン方程式による 超新星のシミュレーション計算

住吉光介  
沼津工業高等専門学校

かに星雲 (SN1054)



hubblesite.org

- ・超新星爆発のニュートリノ輻射流体計算
- ・第一原理計算はグランドチャレンジ問題

「原子核から読み解く超新星爆発の世界」

共立出版, 物理学最前線 Vol. 21, 10月刊行予定

# 自己紹介の代わり

- 最初の計算機
  - EPSON HC-40, CP/M
  - Macintosh SE/30, SUN workstation
- 最初のスパコン
  - VPP500/28 @理研
- 最近のスパコン
  - KEK SR/BGQ -> YITP XC, RCNP SX
  - 京, ポスト京

超新星 1995年~ 1D球対称計算

2005年~ 1D第一原理計算

2007年~ 2D, 3D計算

2015年~ 2Dv輻射流体計算

# 超新星爆発: ある日突然、非常に明るい星が現れる 実は、重たい星の進化の最期

## やがて暗くなり消える

1987年2月23日に観測された超新星



爆発前



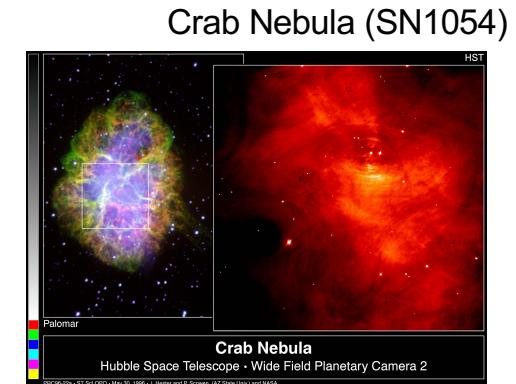
爆発後

年間数百個以上観測、1つの銀河で百年で1～2回起きる程度

# 重力崩壊型超新星爆発で遺されるもの

## – 中性子星・ブラックホールの誕生

- パルサー(太陽質量の1.4倍、半径10km)
- 高密度天体(エキゾチックな物質)



## – 大量のニュートリノ・宇宙線を放出

- ノーベル物理学賞2002年
- 物質・銀河の進化を担う

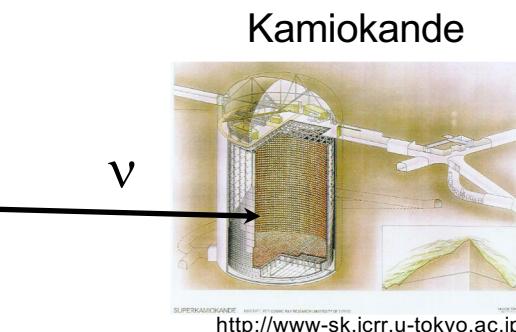
SN1987A



## – 自然界での重元素の起源

- 爆発的元素合成
- 鉄以降の元素の半分

中性子星合体



Prof. Koshiba



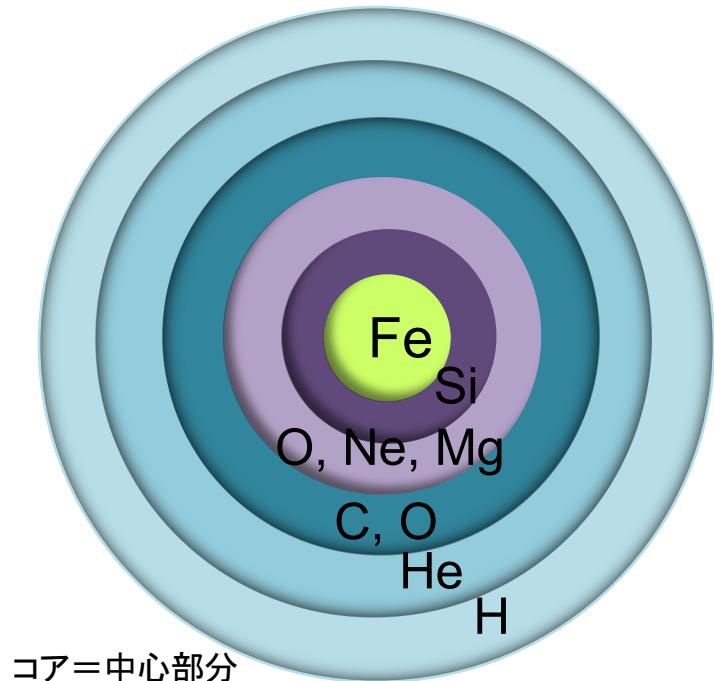
<http://nobelprize.org/>



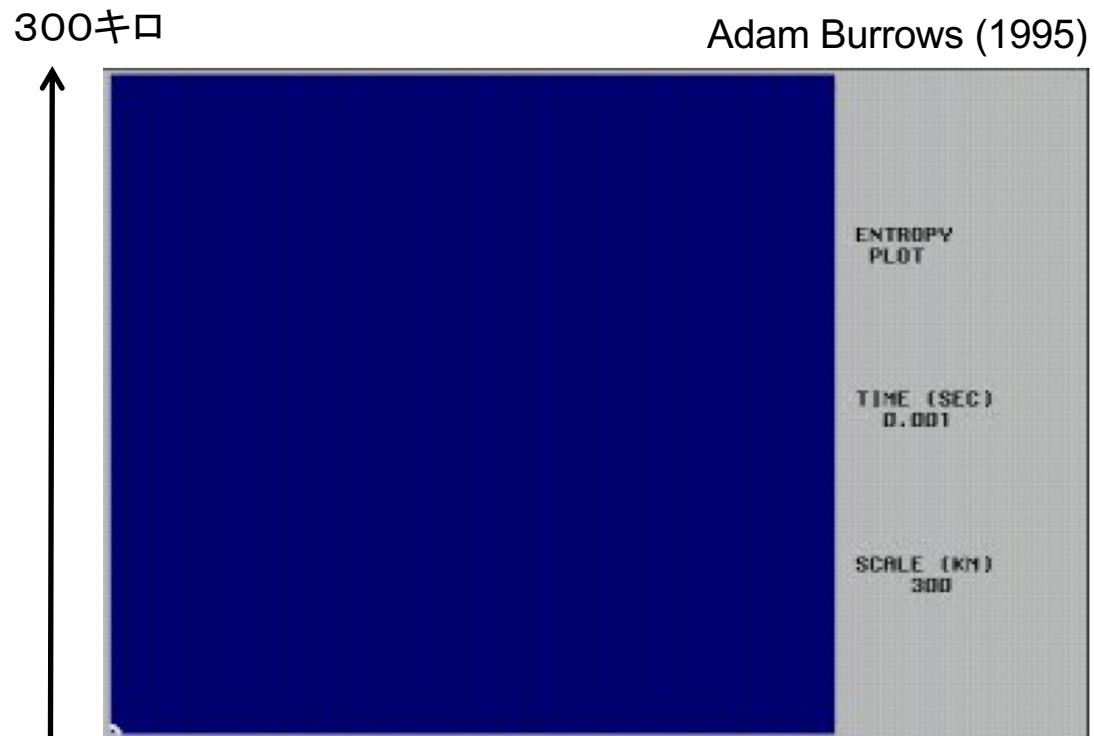
# 重力崩壊型超新星:爆発メカニズムの概略

重い星→鉄コアの重力崩壊→中心がはね返る→衝撃波発生→爆発

太陽質量の10倍以上の星の最期



最晩年の構造: 中心に鉄コア  
寿命1千万年

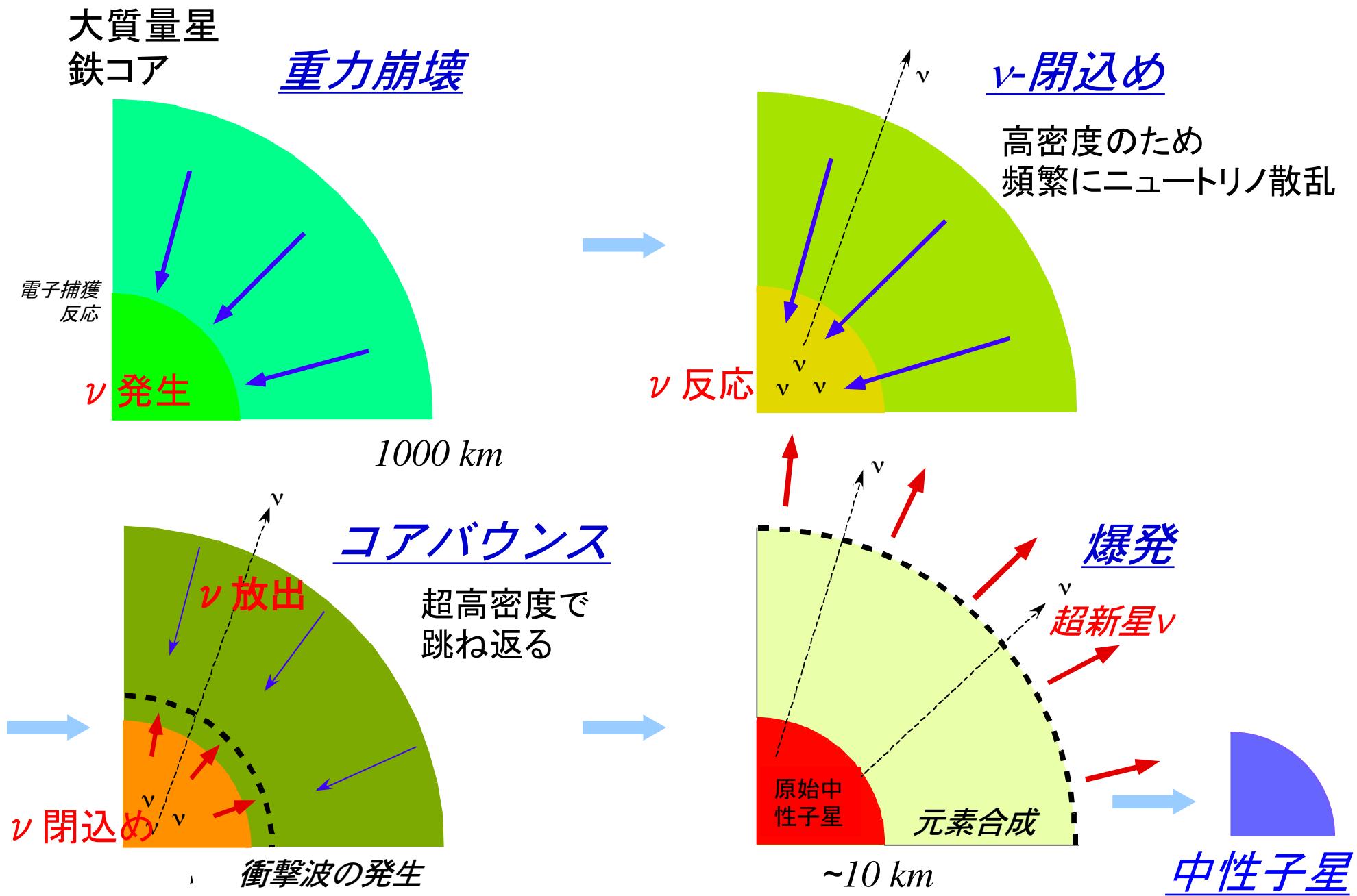


約1秒ほどの出来事

(少し昔の数値シミュレーションの例)

色は温度に対応する  
(赤: 熱い、青: 冷たい)

# 超新星爆発メカニズムのシナリオ

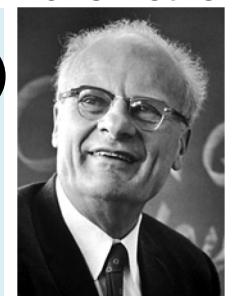


# 爆発エネルギーを得るには

- 鉄コアから中性子星へ圧縮 ( $M_{\text{core}} \sim 1.4 M_{\text{solar}}$ )
  - $R_{\text{Fe}} \sim 5 \times 10^3 \text{ km} \rightarrow R_{\text{NS}} \sim 20 \text{ km}$
- 重力エネルギーの解放により得られる

$$\Delta E_{\text{Grav}} = - \left( \frac{GM^2}{R_{\text{Fe}}} - \frac{GM^2}{R_{\text{NS}}} \right) \sim 10^{53} \text{ erg}$$

Hans Bethe



<http://www.nobelprize.org>  
1967年ノーベル物理学賞

100[B]

爆発には十分なエネルギーに思えるが

- 爆発エネルギー:  $E_{\text{exp}} \sim 10^{51} \text{ erg}$  1[B]
- ニュートリノエネルギー:  $E_{\nu} \sim 10^{53} \text{ erg}$  99[B]

実は、ほとんどがニュートリノ放出に消費されてしまう

# 超新星の謎: 50年来の難問

- 理論的に爆発を十分に再現できたか?
  - 数値シミュレーションの難しさ
- 爆発メカニズムの鍵は何か?
  - もっとも重要な効果を特定する難しさ

精密科学: ニュートリノと物質の相互作用が本質的

- 数値シミュレーション
  - 流体力学・重力
  - ニュートリノ輻射輸送



- 核物理データ
  - 高温高密度状態方程式
  - ニュートリノ反応率

# 方程式系

- 流体力学

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \rho \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) v \right) = -\nabla p - \rho \nabla \Phi$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \left( \frac{1}{2} v^2 + e_{int} \right) \right\} + \nabla \cdot \left\{ \rho \vec{v} \left( \frac{1}{2} v^2 + h \right) \right\} = -\rho \vec{v} \cdot \nabla \Phi + Q_\nu$$

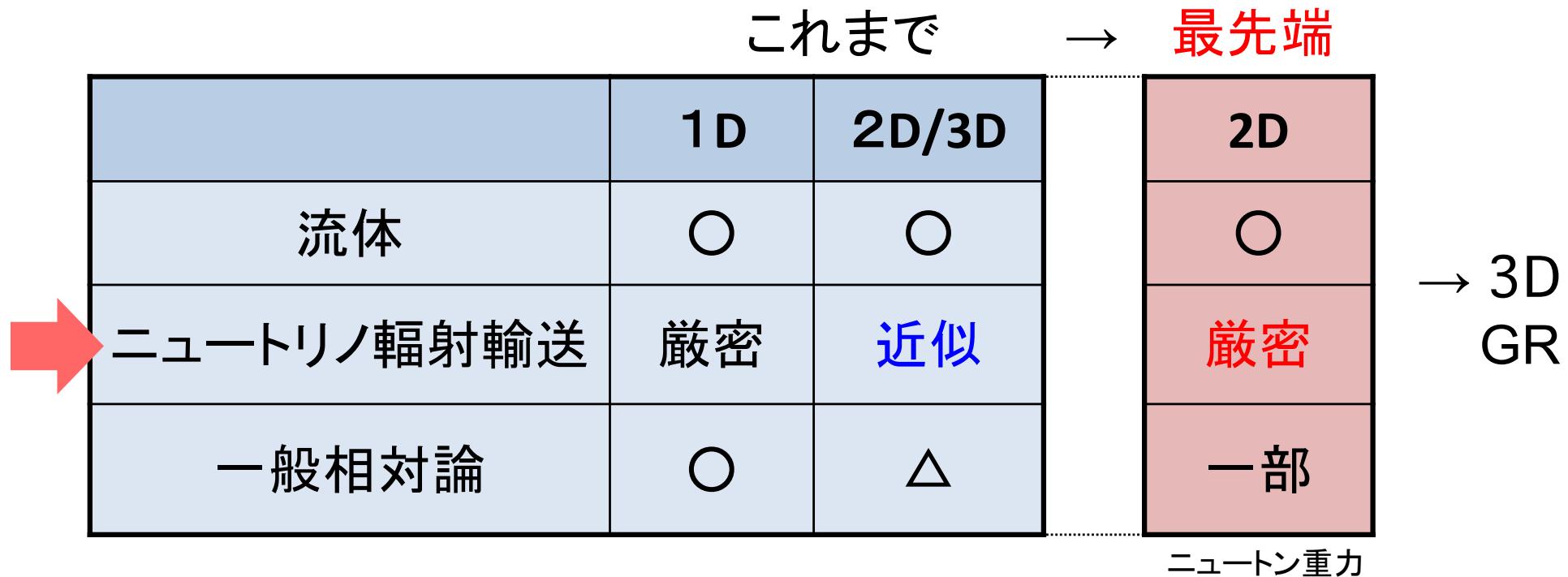
- 重力(一般相対論)  $\Delta \Phi = 4\pi G \rho$
- ニュートリノ輻射輸送(モーメント/ボルツマン)

$$\frac{\partial \mathcal{E}_\nu}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{\mathcal{F}}_\nu = -Q_\nu \quad \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{\mathcal{F}}_\nu}{\partial t} + c \nabla \cdot \mathbf{P}_\nu = \vec{G}_\nu$$

- 状態方程式+ニュートリノ反応率  $\frac{dY_e}{dt} = \Lambda_\nu$   
 $p(\rho, e_{int}, Y_e)$

# 第一原理計算へ向けてのステップ

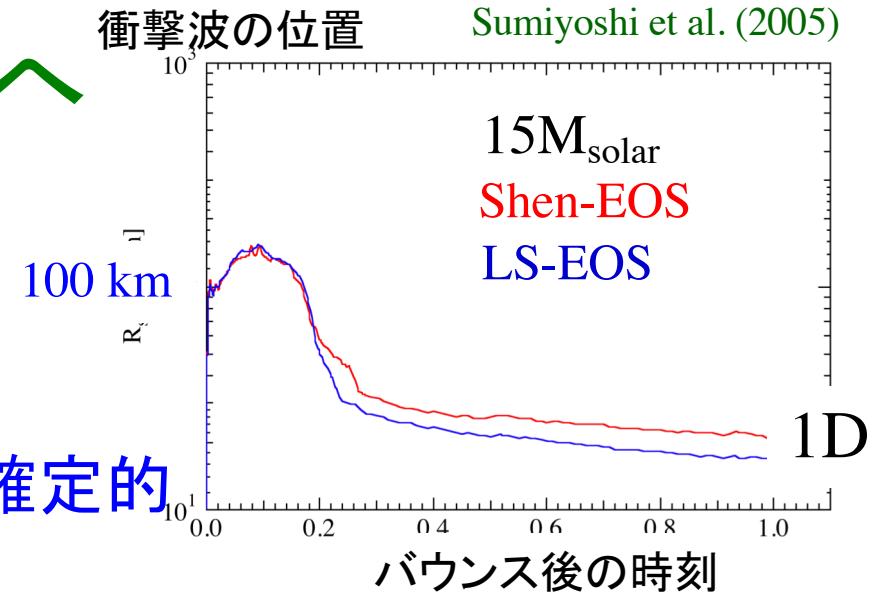
- 一般相対論的ニュートリノ輻射流体計算が究極



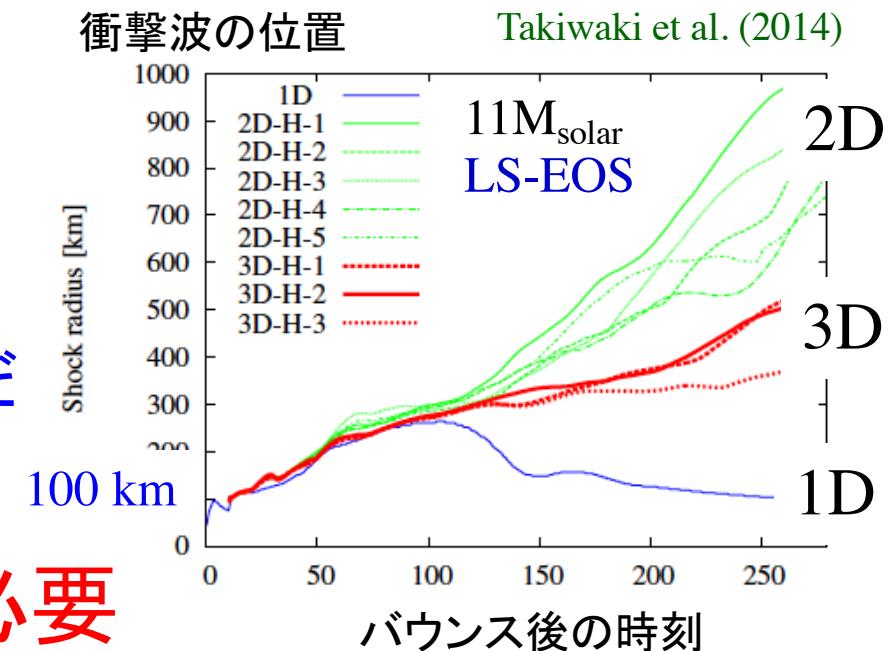
- ニュートリノ輻射輸送に焦点: 近似を取り除く
  - 衝撃波ダイナミクスの結末は?
    - 2D/3Dで爆発か否かの境目を探りたい

# 爆発の解明: 新たな段階へ

- 1D球対称: 爆発しない
  - 第一原理的な厳密計算  
核物理等の不定性込み → 確定的  
衝撃波が停滯してしまう



- 2D, 3D: 爆発する例
    - 近似計算
      - 多次元+ニュートリノ加熱
      - 2D vs 3D? → 結論はまだ
    - 衝撃波復活の鍵は?
- 検証には厳密計算が必要



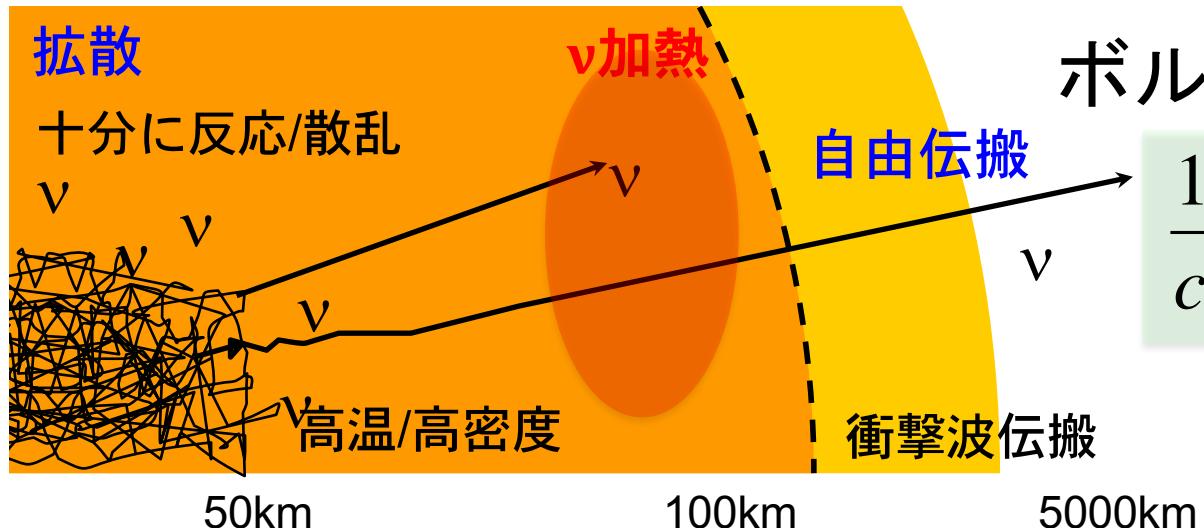
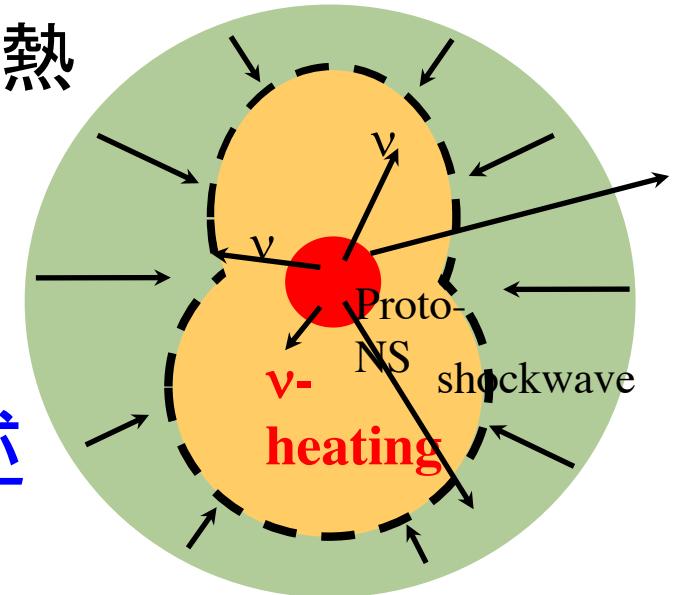
# ニュートリノ輻射輸送が鍵を握る

多次元流体ダイナミクス+ニュートリノ加熱

- 正確なニュートリノ加熱量
  - $\nu$ 閉じ込め、放出、吸収
- 拡散領域から自由伝搬まで記述

– 中間領域が重要

→ 近似計算から厳密計算へ



ボルツマン方程式を解く必要

$$\frac{1}{c} \frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \vec{n} \cdot \vec{\nabla} f_\nu = \frac{1}{c} \left( \frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{\text{collision}}$$

計算量が膨大

# 6Dボルツマン方程式を計算するコード

$$f_v(r, \theta, \phi; \varepsilon_v, \theta_v, \phi_v; t)$$

Sumiyoshi & Yamada, ApJS (2012)

Boltzmann eq.

$$\frac{1}{c} \frac{\partial f_v}{\partial t} + \vec{n} \cdot \vec{\nabla} f_v = \frac{1}{c} \left( \frac{\delta f_v}{\delta t} \right)_{\text{collision}}$$

時間変動項 + 移流項 = 衝突項 (v反応)

- 衝突項は複雑

- エネルギー・角度依存
- 固い方程式、非線形
- 座標系依存

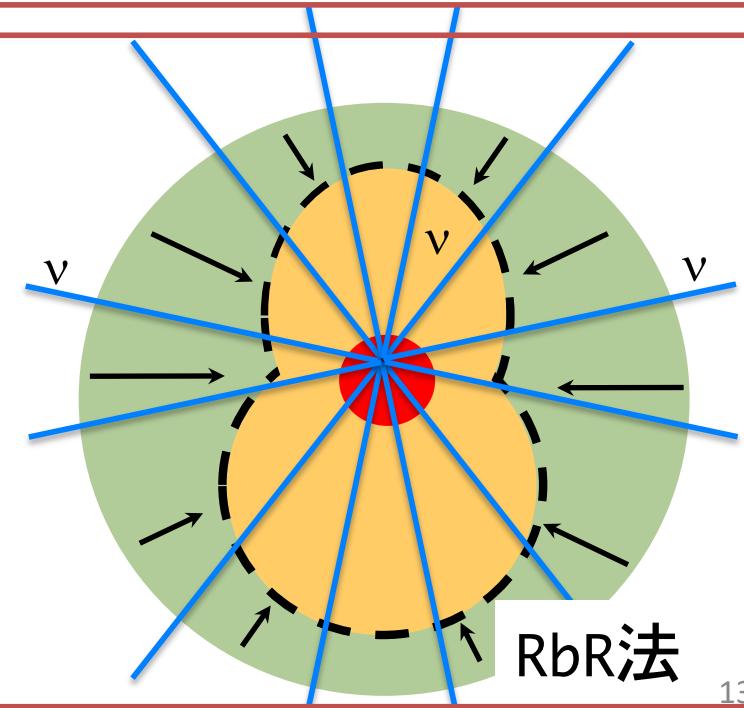
→ 大規模計算

- 近似法との比較が可能

- 2D/3D: 拡散近似, Ray-by-Ray法等が用いられてきた
- Ray-by-Ray法との比較を行なった  
→ v加熱率に~20%程度の違い

流体分布固定

Sumiyoshi et al. ApJS (2015)

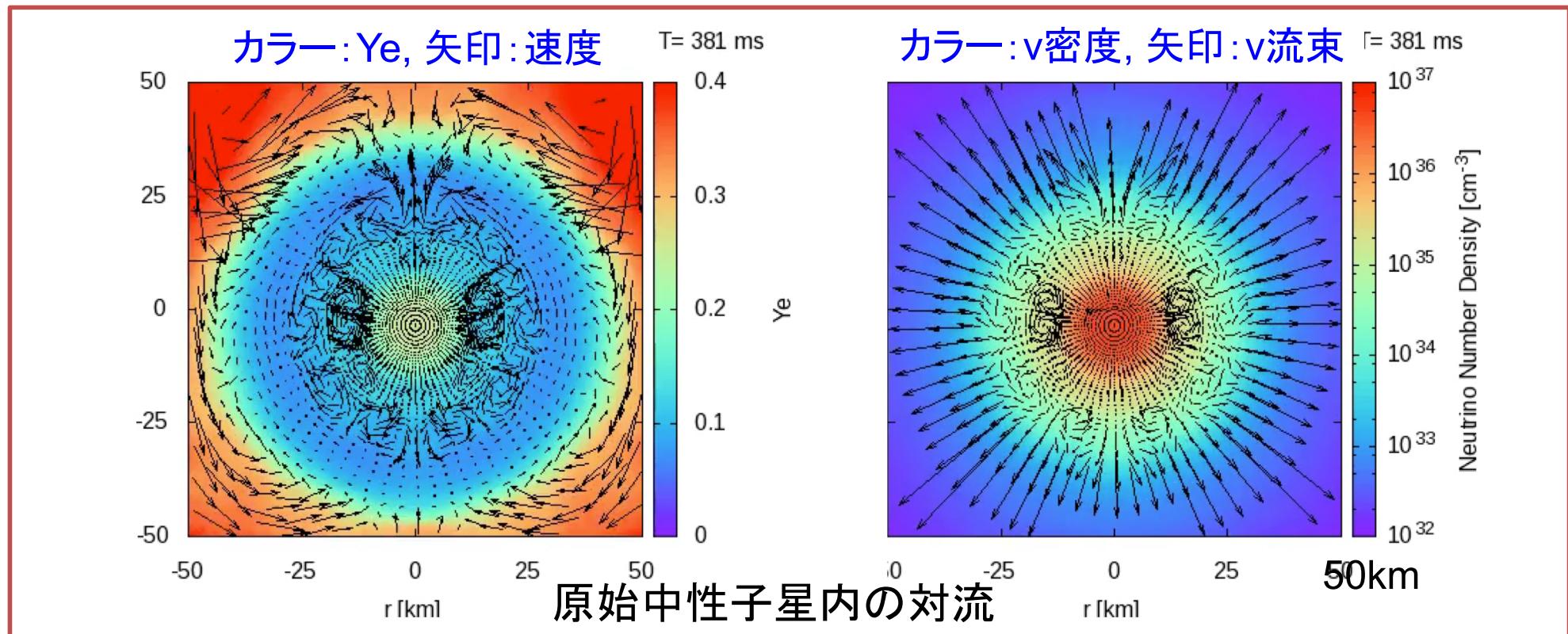


# 相対論的ニュートリノ輻射流体計算コード

Nagakura et al. ApJS (2014, 2015)

- 6Dボルツマン+2D流体力学+2D重力ポテンシャル
  - 相対論効果: ドップラー効果、角度変化、moving mesh

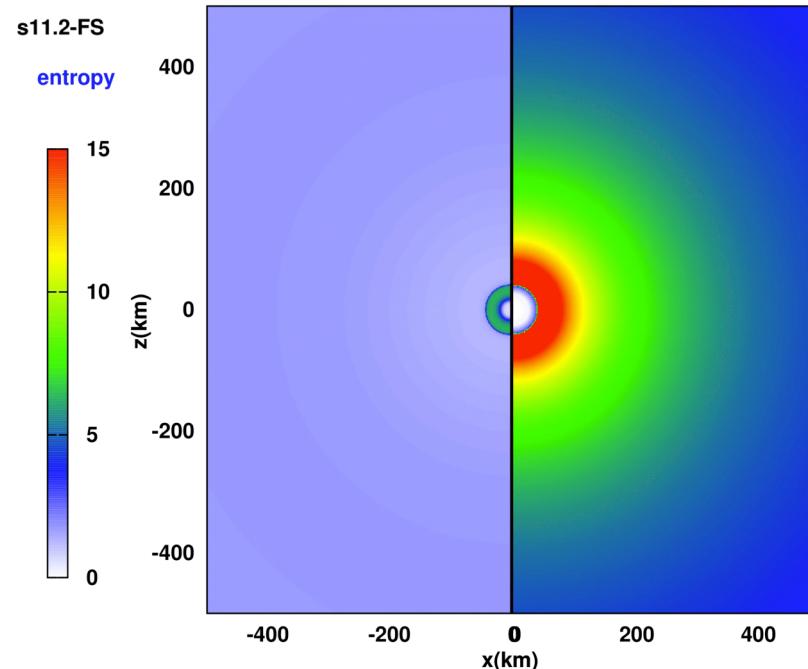
流れの中でニュートリノ移流(拡散から自由伝搬)



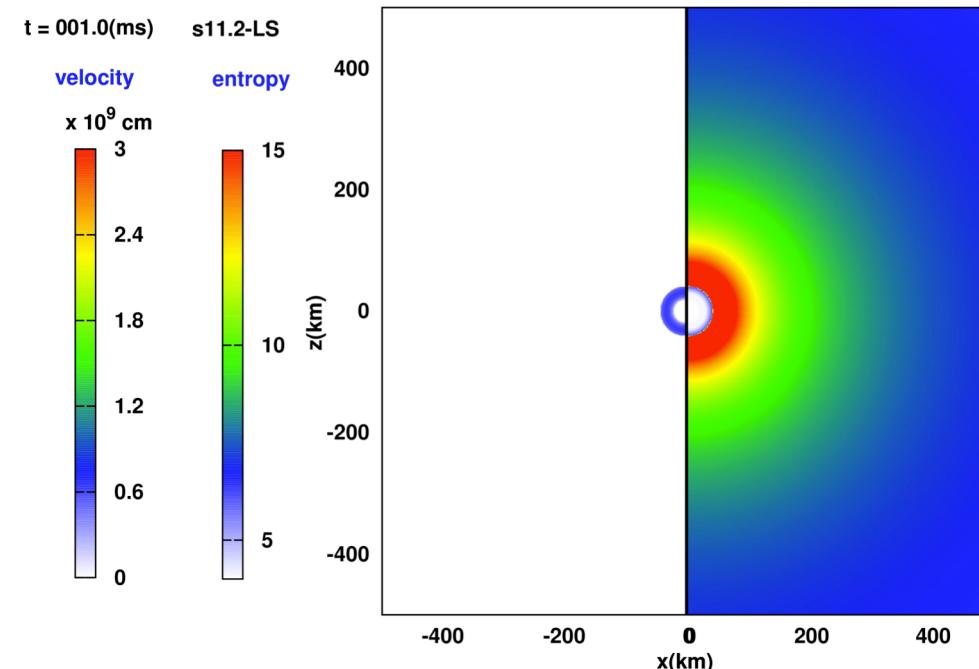
全領域で非動径方向のニュートリノ流束を記述できる *cf. Ray-by-ray* 法

# 2次元軸対称ボルツマン輻射流体計算が可能となった

- 重力崩壊, コアバウンス, 衝撃波伝搬, 停滯/復活, 爆発?



Furusawa EOS



VS Lattimer-Swesty EOS

高温高密度物質の性質による影響  
- 柔らかい状態方程式が爆発に有利?



京コンピュータによる成果: 1モデルで~400万ノード時間  
K-computer Nagakura et al. ApJ (2018)

# 3次元でのニュートリノ輻射輸送 世界で初めて実現

*Sumiyoshi & Yamada, ApJS (2012)*

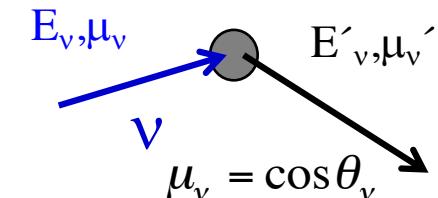
プラズマ・核融合学会誌 2012, 10月号

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{c} \frac{\partial f_\nu}{\partial t} + \frac{\mu_\nu}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 f_\nu) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \cos \phi_\nu}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta f_\nu) + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \sin \phi_\nu}{r \sin \theta} \frac{\partial f_\nu}{\partial \phi} \\
 & + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \mu_\nu} [(1 - \mu_\nu^2) f_\nu] + \frac{\sqrt{1-\mu_\nu^2} \cos \theta}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi_\nu} (\sin \phi_\nu f_\nu) = \frac{1}{c} \left( \frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{\text{collision}}
 \end{aligned}$$

6D Boltzmann eq.

- 保存形: 差分化して解く ( $S_n$ 法)
- 時間に關して陰解法

$$\frac{1}{c} \left( \frac{\delta f_\nu}{\delta t} \right)_{\text{collision}} = j_{\text{emission}} (1 - f_\nu) - \frac{1}{\lambda_{\text{absorption}}} f_\nu + C_{\text{scattering}} \left[ \int f_\nu (E'_\nu, \mu'_\nu) dE'_\nu \right]$$

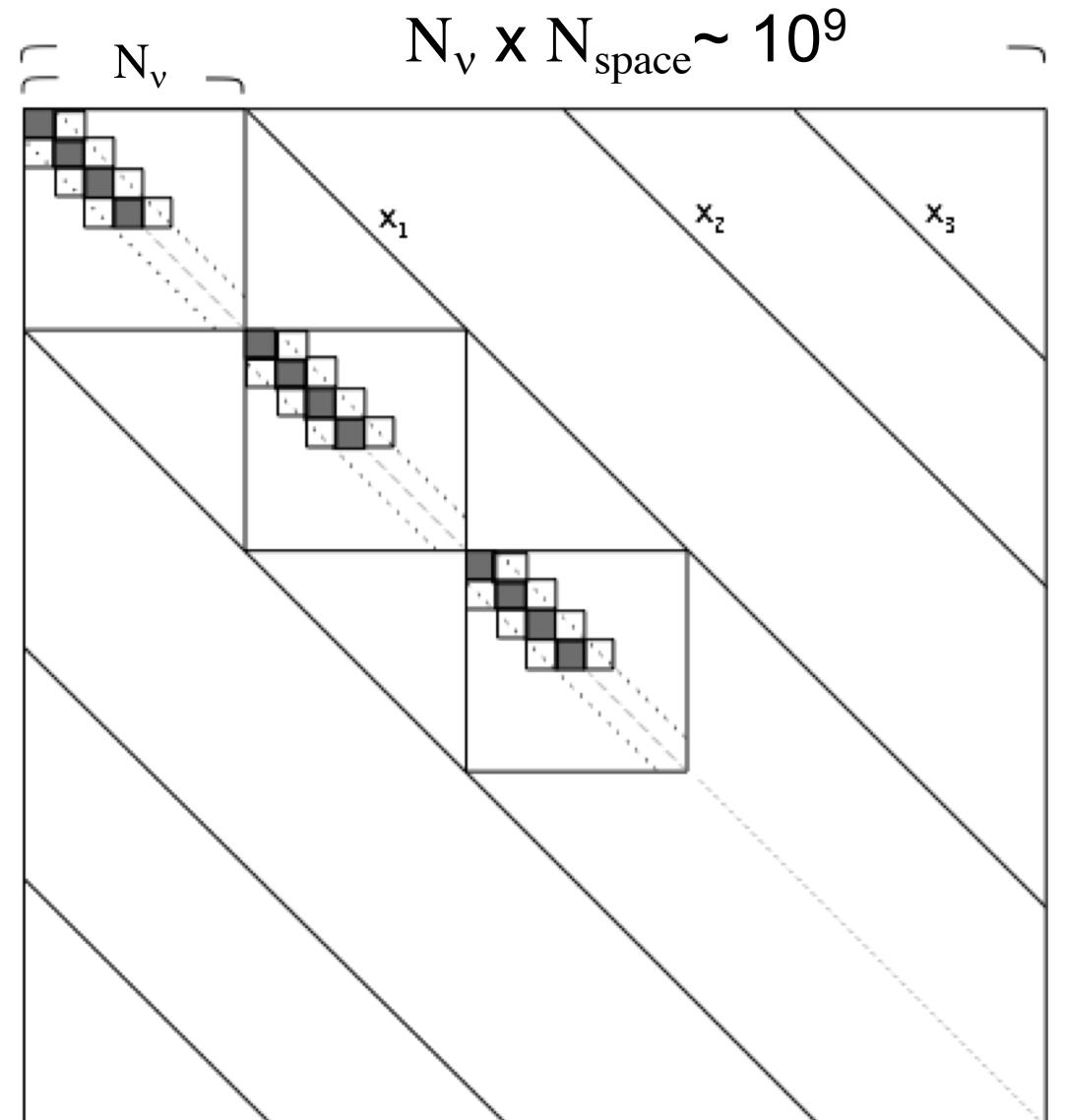


- 衝突項: 全てのν吸収・放出・散乱過程
  - 散乱前後のエネルギー・角度ごとに積分計算
  - 状態方程式に依る組成・ニュートリノ反応率、相対論

# 主な計算負荷: 大規模疎行列の解法

- Linear equation  
$$A\vec{f}_v = \vec{d}$$
- Neutrino distribution
  - $N_{\text{space}} = n_r \times n_\theta \times n_\phi$
  - $N_v = n_\varepsilon \times n_{\theta v} \times n_{\phi v}$
  - $N_{\text{vector}} \sim 10^6 \times 10^3$
- Memory size
  - $\nu$ -distribution: >10GB
  - matrix: >1TB
- Iterative method
  - Pre-conditioner

Imakura et al. JSIAM (2012)

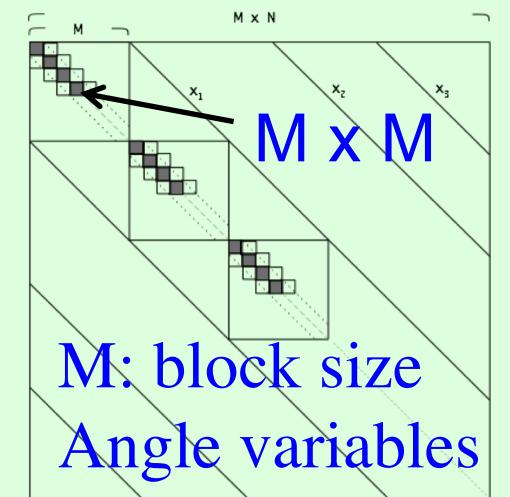


Kotake et al. PTEP (2012)

# 必要な計算資源

- Matrix: memory  $N_{\text{space}} N_e \times M^2$   
operation  $N_{\text{space}} N_e \times M^3$   
Space:  $N_{\text{space}}$ , Neutrino:  $N_v = N_e M$   
Parallel (MPI+OpenMP) by space  $r, \theta, \phi$

Sumiyoshi et al. ApJS (2011), Kotake et al. PTEP (2012)

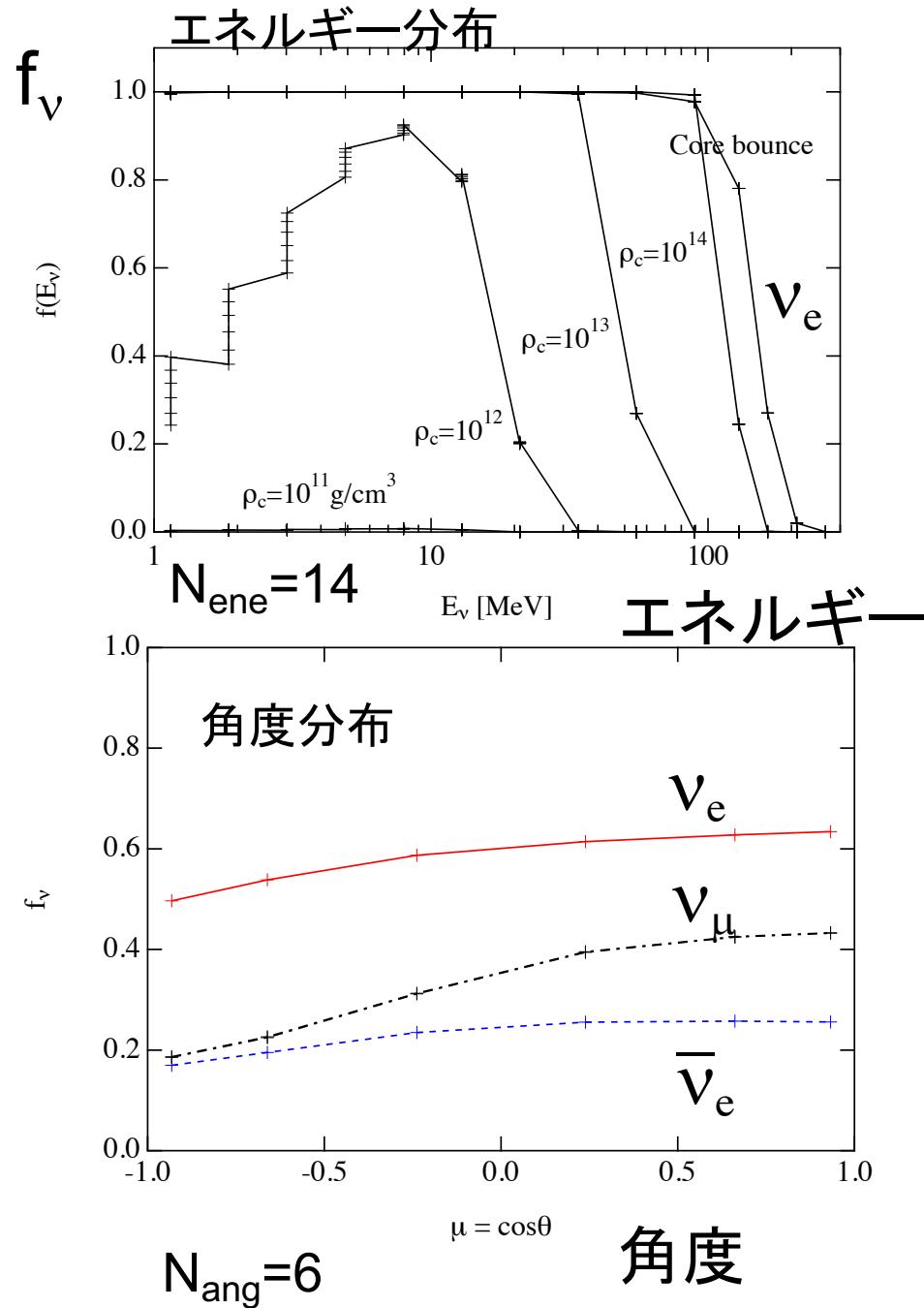


- 2D軸対称: 5D Boltzmann + 2D Hydrodynamics
  - $N_{\text{space}} = 384 \times 128$ ,  $N_v = 20 \times 6 \times 10$  @ K-computer
  - 5M node-hour for ~0.5s evolution to find explosion
  - 1536 node, ~0.5 year



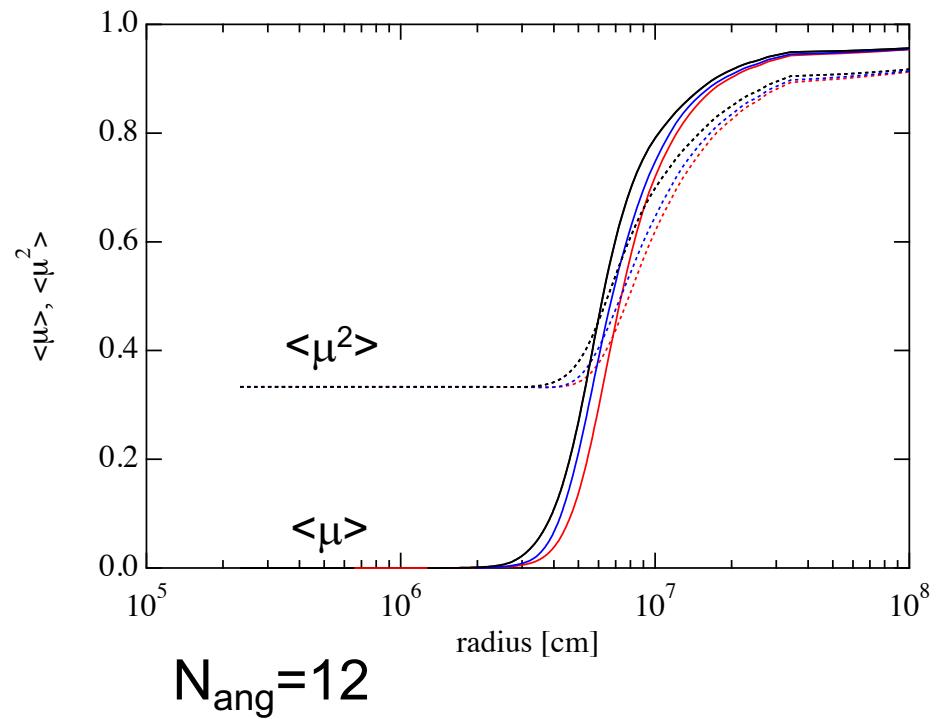
- Need Exa-flops machines for full 6D+3D simulations

# ニュートリノエネルギー・角度分布



- 高い解像度が望ましい
  - 非平衡分布
  - 遠方では前方集中
  - 加熱率にも関与

$$Q_\nu^i \sim Q_0 \frac{L_\nu E_\nu^2}{\langle \mu \rangle}$$



# 計算科学研究: 大規模行列解法の改良

- 疎行列の反復解法: Bi-CGSTAB

parameter optimized damped Jacobi-type preconditioner

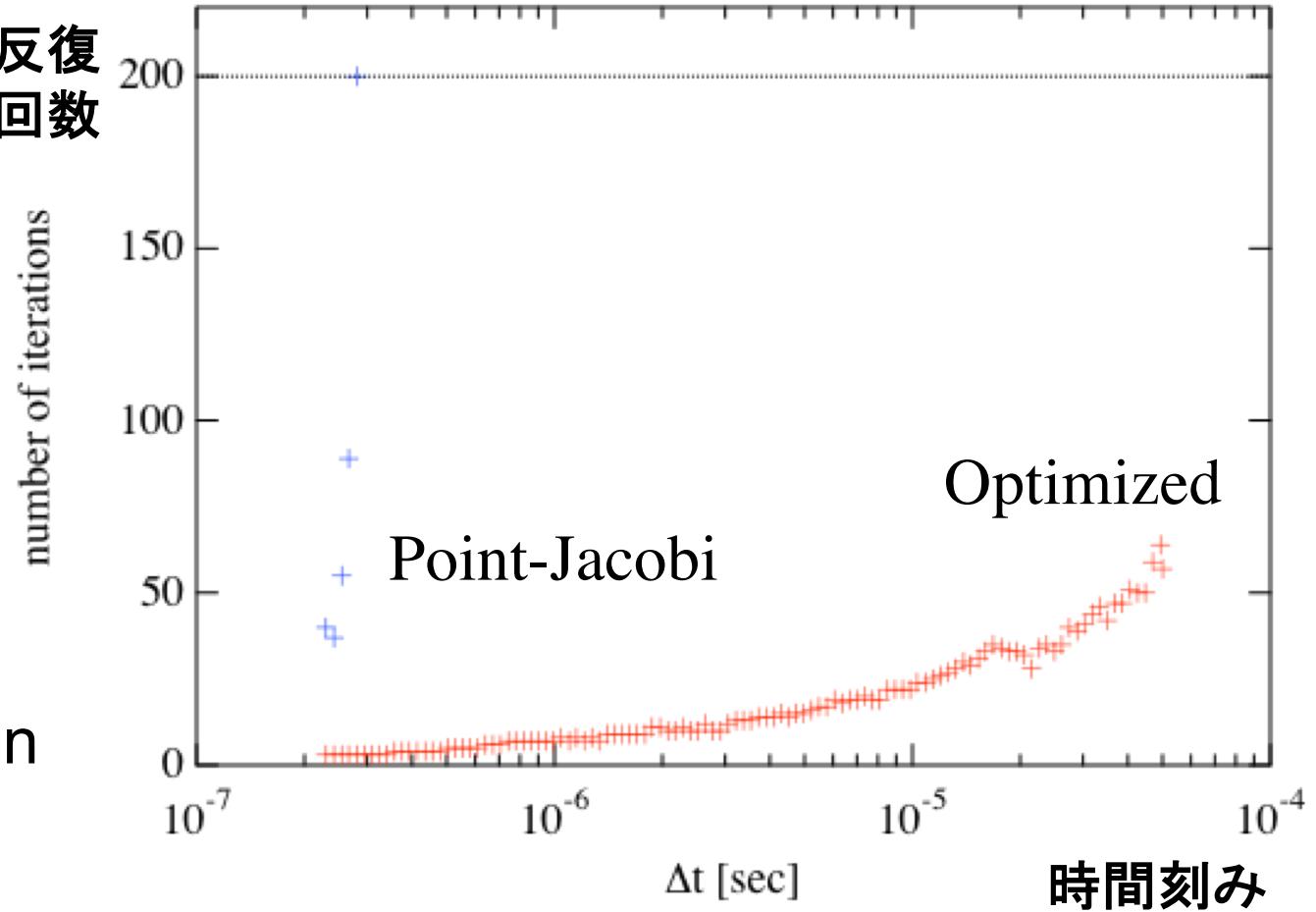
$$x_{k+1} = x_k + \omega D^{-1}(b - Ax_k)$$

Imakura et al. JSIAM (2012)

Boltzmann eq.  
Solver in 3D

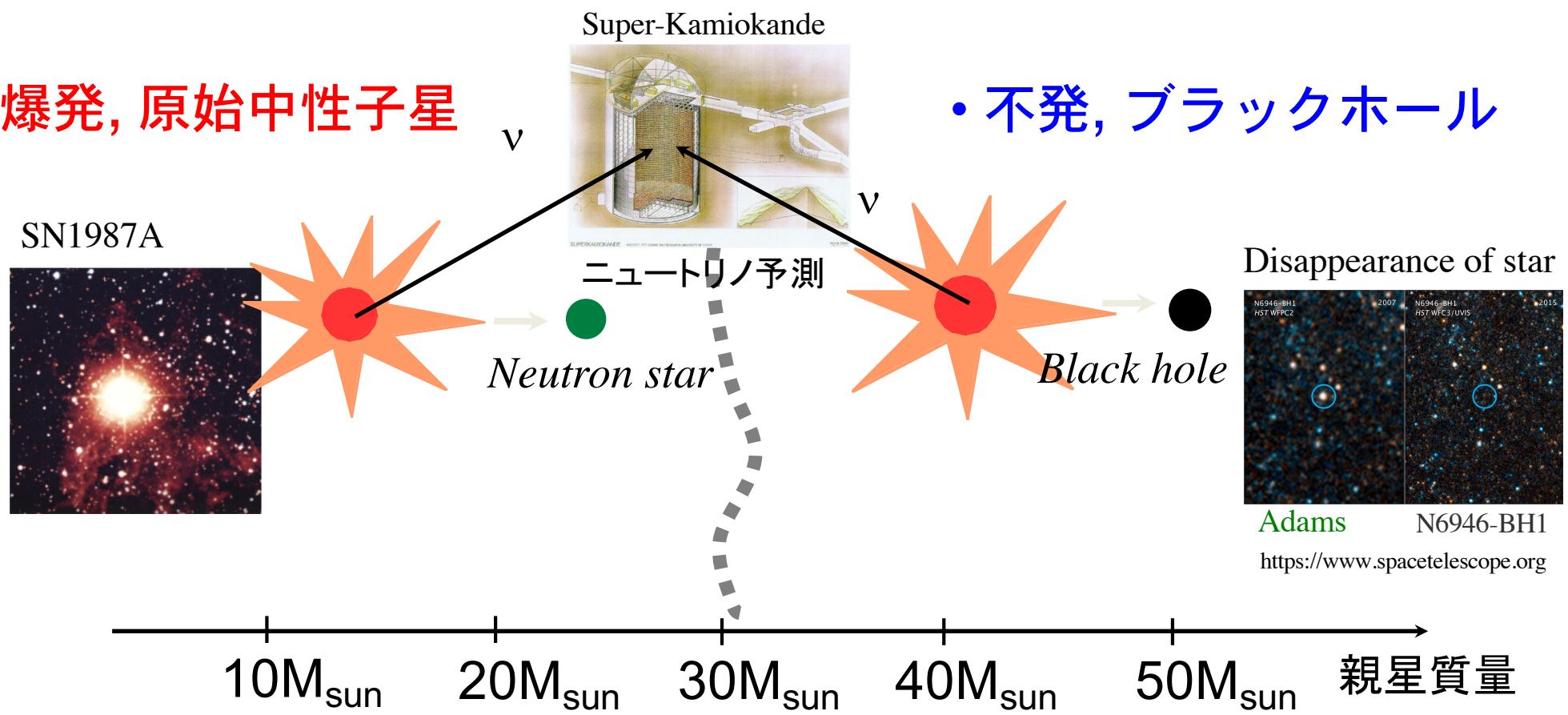
Time step  
 $<10^{-7}$  sec  
→  
 $>10^{-5}$  sec

Improved for  
Long time evolution



# 第一原理計算@ポスト京

- 3次元計算
- 一般相対論
- 爆発, 原始中性子星
- 原子核・ニュートリノ物理
- 系統性: 親星による違い
- 不発, ブラックホール



# まとめ

- 超新星爆発メカニズム
  - ✓ 流体不安定性とニュートリノ加熱による爆発
- ニュートリノ輻射輸送が重要
  - ✓ ボルツマン方程式を扱う: 近似手法と厳密手法
- 6次元ボルツマン方程式による計算が可能
  - ✓ 軸対称でのニュートリノ輻射流体計算@京
  - ✓ 第一原理計算へ
- 長い年月に渡る計算コードの開発と維持
  - ✓ 大規模行列解法, 計算科学との連携
  - ✓ 十分なテスト環境、移植と最適化の繰り返し

# Project in collaboration with

- Numerical simulations
  - H. Nagakura
  - W. Iwakami
  - H. Okawa
  - A. Harada
  - S. Yamada
- Supernova research
  - T. Takiwaki
  - K. Nakazato
  - K. Kotake
  - K. Takahashi
- Supercomputing
  - H. Matsufuru, A. Imakura
- EOS tables & neutrino rates
  - S. Furusawa,
  - H. Shen, K. Oyamatsu, H. Toki
  - S. X. Nakamura, T. Sato
- Neutron star merger
  - Y. Sekiguchi, S. Fujibayashi

*Supported by*

- *MEXT and JICFuS*
- *for K-computer and Post-K machine*
- *K-computer: hp180111, hp180179, hp180239*
- *HPC resources at KEK, YITP, UT, RCNP*

*Grant-in-Aid for Scientific Research*  
(15K05093, 17H06357, 17H06365)



K-Computer, Japan

K computer  
<http://www.aics.riken.jp>